

# MATHÉMATIQUES - Exemples de questions

## Question 1 – Notions élémentaires (+)

Le maximum de la fonction  $f(x) = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 15$  sur  $\mathbb{R}$  est :

- (a)  $-\frac{29}{3}$
- (b)  $-\frac{1}{4}$
- (c)  $-15$
- (d)  $\frac{3}{4}$
- (e)  $\frac{17}{12}$

## Question 2 – Notions élémentaires (+)

Soit  $A = \int_0^1 (x - 3x^2) dx + \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos x + \sin x) dx$ .

Alors  $A =$

- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (b)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$
- (c)  $\frac{1}{2}$
- (d)  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (e)  $-\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3}$

## Question 3 – Notions élémentaires (+)

L'inverse de la matrice  $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  est

- (a)  $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$
- (b)  $\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$
- (c)  $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

- (d) l'inverse n'existe pas
- (e) il y a une infinité d'inverses

## Question 4 – Notions élémentaires (+)

Soit  $f(x) = \sqrt{x^2 + x} + 3x - 1$ . Alors, lorsque  $x \rightarrow +\infty$ ,  $f(x) =$

- (a)  $3x - 1 + o(1)$
- (b)  $3x + 2 + o(1)$
- (c)  $4x - 1 + o(1)$
- (d)  $4x - \frac{1}{2} + o(1)$
- (e)  $4x + o(1)$

## Question 5 – Notions élémentaires (+)

Supposons que dans une classe, 60% des étudiants soient des femmes, que 20% des étudiants jouent de la musique, et que parmi les musiciens il y ait 50% de femmes. Si l'on prend un étudiant au hasard, quelle est la probabilité que ce soit une femme ou un musicien (ou une musicienne) ?

- (a) 10%
- (b) 30%
- (c) 50%
- (d) 70%
- (e) 80%

## Question 6 – Notions élémentaires (++)

Soit  $\mathcal{C}$  le graphe de la fonction

$$f(x) = x^2 - 1$$

et soit  $O$  le point  $(0, 0)$ .

Alors  $\inf_{M \in \mathcal{C}} OM =$

- (a)  $\sqrt{2}$
- (b) 1
- (c)  $\sqrt{3}/2$
- (d)  $\sqrt{5/8}$
- (e)  $1/\sqrt{2}$

## Question 7 – Analyse (+)

Soit  $y$  la solution de

$$\begin{cases} y'' + y & = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) & = -1 \end{cases}$$

où  $y' = dy/dx$ ,  $y'' = d^2y/dx^2$ . Alors  $y(\pi/2) =$

- (a)  $-1$
- (b) 0
- (c) 1
- (d) 2
- (e) il n'y a pas de tel  $y$ .

**Question 8 – Analyse (+)**

Soit  $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$ . Alors  $S =$

- (a)  $\frac{1}{8}$
- (b)  $\frac{1}{4}$
- (c) 1
- (d)  $\frac{\pi^2}{6}$
- (e)  $+\infty$

**Question 9 – Algèbre (++)**

La matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

est

- (a) inversible et diagonalisable sur  $\mathbb{R}$
- (b) inversible mais pas diagonalisable sur  $\mathbb{R}$
- (c) non inversible et non diagonalisable sur  $\mathbb{R}$
- (d) non inversible mais diagonalisable sur  $\mathbb{R}$
- (e) non inversible and non triangularisable sur  $\mathbb{R}$

**Question 10 – Algèbre (++)**

Soit la suite de nombres réels  $(u_n)_{n \geq 0}$  définis par les relations  $u_0 = 2$ ,  $u_1 = 3$ , et

$$u_{n+2} = \frac{1}{6}u_{n+1} + \frac{1}{6}u_n \quad \forall n \geq 0.$$

Alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n =$

- (a)  $\frac{13}{5}$
- (b) 0
- (c)  $\frac{2}{3}$
- (d)  $+\infty$
- (e) la limite n'existe pas

# INFORMATIQUE - Exemples de questions

## Question 1 – Informatique (+)

Soit  $T$  un tableau de "0" et de "1" de taille  $n$ . Considérons le pseudo-code suivant :

```
r = 0
s = 0
for i = 1 to n do
| r = T[i]*(r + T[i])
| if s < r then s = r
endfor
```

Quelle est la valeur de  $s$  à la fin de la boucle `for` ?

- (a) le nombre de "1" dans le tableau  $T$
- (b) la longueur de la première plage de "1" consécutifs dans le tableau  $T$
- (c) la longueur de la dernière plage de "1" consécutifs dans le tableau  $T$
- (d) la longueur de la plus courte plage de "1" consécutifs dans le tableau  $T$
- (e) la longueur de la plus longue plage de "1" consécutifs dans le tableau  $T$

Quel est le poids d'un arbre recouvrant de poids minimal pour  $G$  ?

- (a) 11
- (b) 19
- (c) 29
- (d) 30
- (e) 42

## Question 2 – Informatique (++)

Dans notre grammaire d'expressions rationnelles :

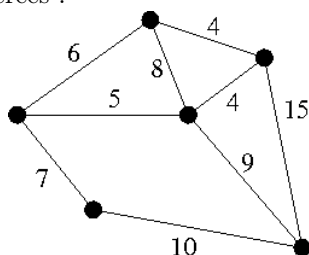
- des caractères entourés par une paire de parenthèses forment un groupe ;
- on indique le cas échéant le nombre d'occurrences du caractère ou du groupe immédiatement précédent avec ? (0 ou 1), \* (0 ou plus) ou + (1 ou plus) ;

À laquelle de ces expressions rationnelles correspond la chaîne `aaabbababcccaab` ?

- (a)  $(ab)?a+b(ba)+bc+b*a*b$
- (b)  $aba+b(ba)+bc+b*a*b$
- (c)  $(ab)?a+b(ba)+bc+b+a*b$
- (d)  $(ab)?a+b(ba)c+bc+b*a*b$

## Question 3 – Informatique (+++)

Considérons le graphe non orienté  $G$  suivant avec arêtes pondérées :



# PHYSIQUE - Exemples de questions

## Question 1 – Mécanique (+)

Deux astronautes sont en orbite, loin de la Terre et de toute autre planète ou satellite, donc il n'y a pas de force gravitationnelle agissant sur eux. Ils sont au repos, proches l'un de l'autre. Soudainement, l'astronaute  $A$ , qui a une masse  $m_A$ , pousse l'astronaute  $B$ , qui a une masse  $m_B$ . Après cette action, l'astronaute  $B$  commencent à se déplacer avec un vecteur de vitesse  $\vec{v}_B$ . Quelle sera la vitesse de l'astronaute  $A$ ?

- (a)  $\vec{v}_A = \frac{m_A}{m_B} \vec{v}_B$
- (b)  $\vec{v}_A = -\frac{m_A}{m_B} \vec{v}_B$
- (c)  $\vec{v}_A = -\vec{v}_B$
- (d)  $\vec{v}_A = -\frac{m_B}{m_A} \vec{v}_B$
- (e)  $\vec{v}_A = 0$

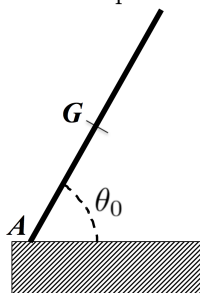
## Question 2 – Mécanique (++)

Un sphère solide de masse  $m$  et rayon  $r$  roule sur un plan incliné, sans glisser. Si la sphère démarre du repos, quelle est sa vitesse une fois que son hauteur verticale a diminué d'une valeur  $h$ ? Le moment d'inertie d'une sphère solide est  $I = 2 m r^2/5$ .

- (a)  $\sqrt{gh}$
- (b)  $\sqrt{2gh}$
- (c)  $\sqrt{5gh}$
- (d)  $\sqrt{\frac{10}{7}gh}$
- (e)  $\sqrt{\frac{5}{2}gh}$

## Question 3 – Mécanique (+++)

Une barre de longueur  $2\ell$ , masse  $m$  et moment d'inertie  $J = \frac{1}{3}m\ell^2$ , est fixée au sol en un point  $A$  (voir figure). À l'instant  $t = 0$ , la barre fait un angle  $\theta_0$  par rapport au sol. La vitesse initiale du centre de masse de la barre est nulle. Nous supposons que le frottement est tel que le point  $A$  reste fixe pendant que la barre bouge. Quelle est la vitesse du centre de masse lorsque la barre touche le sol?



- (a)  $v_G = \sqrt{\frac{3g\ell}{5} \sin \theta_0}$
- (b)  $v_G = \sqrt{\frac{3g}{2\ell} \sin \theta_0}$
- (c)  $v_G = \sqrt{\frac{2g\ell}{3} \sin \theta_0}$
- (d)  $v_G = \sqrt{\frac{3g\ell}{2} \cos \theta_0}$
- (e)  $v_G = \sqrt{\frac{3g\ell}{2} \sin \theta_0}$

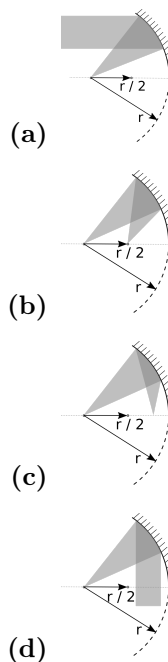
## Question 4 – Thermodynamique (++)

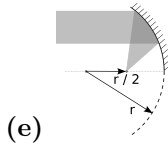
Un climatiseur fonctionne dans un état idéal pour refroidir et maintenir un amphithéâtre à la température  $T_i = 300K$ . La température extérieure est  $T_e = 330K$ . Soudainement, les lumières de l'amphithéâtre, dont la puissance totale est de  $P = 1000W$ , sont allumées. Quelle est l'augmentation de puissance que le climatiseur doit fournir pour maintenir la température interne de l'amphithéâtre ?

- (a)  $66W$
- (b)  $100W$
- (c)  $10W$
- (d)  $1000W$
- (e)  $30W$

## Question 5 – Optique (++)

Considérez une section d'un miroir sphérique proche de son axe optique. Si on néglige les effets d'aberration optique, quelle figure décrit le mieux l'effet de ce miroir sur un faisceau de lumière?





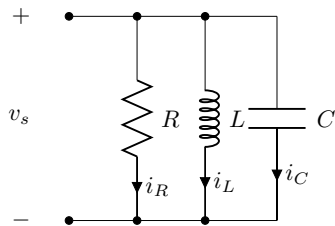
**Question 6 – Électromagnétisme (+)**

Considérons un cylindre de longueur infinie (suivant l'axe  $y$ ) et de section transversale carrée de taille  $a$  (suivant l'axe  $x$  et  $z$ ). Les parois du cylindre sont parfaitement conductrices, tandis que l'intérieur du cylindre est vide et sans charges. Quelle équation satisfait le potentiel électrique  $V$ ?

- (a)  $V = 0$
- (b)  $\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$
- (c)  $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$
- (d)  $\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0$
- (e)  $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$

**Question 7 – Génie électrique (+)**

Considérez le circuit ci-dessous, où  $R = 500 \Omega$ ,  $L = 500 \text{ mH}$  et  $C = 500 \text{ nF}$ . Supposez les conditions initiales  $v_C(0^-) = 5 \text{ V}$  et  $i_L(0^-) = 50 \text{ mA}$ . Quelle est la valeur initiale de  $\frac{dv}{dt}$ ?



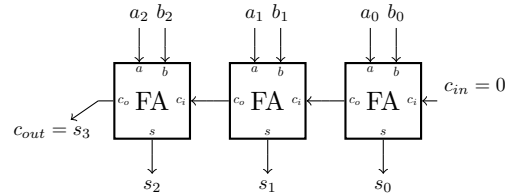
- (a)  $\frac{dv}{dt} = -240 \text{ kV/s}$
- (b)  $\frac{dv}{dt} = -120 \text{ kV/s}$
- (c)  $\frac{dv}{dt} = -150 \text{ kV/s}$
- (d)  $\frac{dv}{dt} = 120 \text{ kV/s}$
- (e)  $\frac{dv}{dt} = 240 \text{ kV/s}$

**Question 8 – Génie électrique (+++)**

Soient  $M, N, O, P$  des nombres codés en complément à deux sur  $n = 4$  bits. Considérez l'implantation des opérations  $X, Y$  et  $Z$  ci-dessous sans débordement avec des additionneurs de type carry ripple adder (CRA) (cf. figure ci-dessous). Chaque full-adder (FA) se caractérise par un temps de propagation  $t_{FA} = 1 \text{ ns}$ . Supposez que tous les

bits des opérandes  $M, N, O, P$  sont prêts à l'instant  $t = 0 \text{ ns}$ . Quelle est la valeur minimale de  $t$  garantissant le calcul de  $Z$ ?

- $X = M + N$
- $Y = X + O$
- $Z = Y + P$



- (a)  $t = 6 \text{ ns}$
- (b)  $t = 7 \text{ ns}$
- (c)  $t = 8 \text{ ns}$
- (d)  $t = 9 \text{ ns}$
- (e)  $t = 12 \text{ ns}$

**Question 9 – Mécanique quantique (+)**

Dans un puits de potentiel infini de largeur  $a$ , l'énergie du  $n$ -ème état quantique est donnée par  $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ . Si la particule dans ce puits quantique est un électron,  $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \approx 400 \text{ meV nm}^2$ . Pour  $a = 20 \text{ nm}$ , quelle est la différence d'énergie entre l'état fondamental et le premier état excité?

- (a) 1 meV
- (b) 3 meV
- (c) 4 meV
- (d) 8 meV
- (e) 9 meV

**Question 10 – Mécanique quantique (++)**

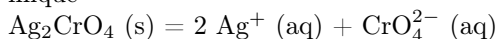
Un système quantique hypothétique est décrit par une fonction d'onde ayant la forme  $\varphi(x) = A(1-x^2)$  si  $x \in (-1, 1)$  et  $\varphi(x) = 0$  en dehors de cet intervalle. Quelle est la valeur de  $A$ ?

- (a) 15/16
- (b) 16/15
- (c)  $4/\sqrt{15}$
- (d)  $\sqrt{15}/4$
- (e) 1

## CHIMIE - Exemples de questions

### Question 1 – Chimie générale (++)

Dans le cas d'un processus de dissolution endothermique



laquelle de ces actions déplacera l'équilibre vers la droite?

- (a) Ajout de NaCl, qui provoque la précipitation de AgCl
- (b) Augmentation de la pression
- (c) Ajout de AgNO<sub>3</sub>, soluble dans l'eau
- (d) Ajout d'un excès de Ag<sub>2</sub>CrO<sub>4</sub> (s)
- (e) Diminution de la température

### Question 2 – Chimie générale (+++)

Un triacide de type H<sub>3</sub>A type (de masse moléculaire M = 192 g. mol<sup>-1</sup>) présentes les pK<sub>a</sub> suivants :

$$\text{pK}_{a1} = 3.14, \text{pK}_{a2} = 4.77, \text{pK}_{a3} = 6.39$$

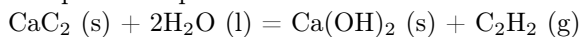
On dissout, dans un litre d'eau pure, 21,4 g de dihydrogénosel de sodium (NaH<sub>2</sub>A) plus 11,8 g de monohydrogénosel de sodium (Na<sub>2</sub>HA) (On négligera ici les variations de volume afin de toujours avoir une solution de 1L). Quel est le pH de la solution obtenue ?

$$\text{M}(\text{Na}) = 23 \text{ g.mol}^{-1}; \text{M}(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}; \log\left(\frac{1}{2}\right) = -0,30$$

- (a) 3.14
- (b) 3.96
- (c) 4.47
- (d) 4, 77
- (e) 5.58

### Question 3 – Chimie générale (+++)

L'acétylène (éthyne C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>) est un gaz qui fournit une flamme très brillante lors de sa combustion. Il peut être produit à partir de la réaction suivante :



On fait réagir 100 g de carbure de calcium (CaC<sub>2</sub>) avec 100 mL d'eau (H<sub>2</sub>O). Quel volume d'éthyne dans les conditions standard, à 298 K, va se dégager dans cette réaction ?

- (a) 20 L
- (b) 25 L
- (c) 30 L
- (d) 35 L
- (e) 50 L

Données

$$\rho (\text{water}) = 1 \text{ kg.L}^{-1}, \text{M} (\text{Ca}) = 40 \text{ g.mol}^{-1}, \text{M} (\text{C})$$

$$= 12 \text{ g.mol}^{-1}, \text{M} (\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}, \text{M} (\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}, \text{R} = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

### Question 4 – Chimie analytique (++)

On dispose d'une solution aqueuse à 12% (masse/masse) d'hydroxyde de potassium, dont la masse volumique vaut 1.10 kg.L<sup>-1</sup>. Quelle est la molarité de cette solution ?

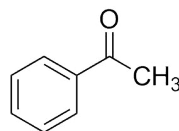
- (a) 23,5 M
- (b) 2,35 M
- (c) 1,32 M
- (d) 0,132 M
- (e) 0,12 M

Données

$$\text{M} (\text{K}) = 39.1 \text{ g.mol}^{-1}, \text{M} (\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}, \text{M} (\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}.$$

### Question 5 – Chimie organique (++)

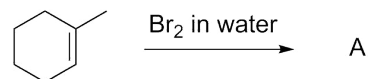
Le composé suivant est un(e) :

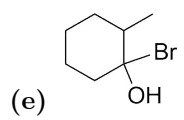
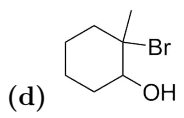
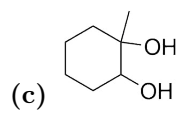
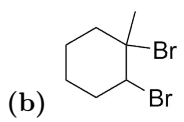
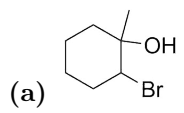


- (a) aldéhyde
- (b) cétone
- (c) éther
- (d) ester
- (e) acide carboxylique

### Question 6 – Chimie organique (+++)

Quel est le composé principal obtenu par la réaction suivante ?





## SCIENCES DU VIVANT - Exemples de questions

### Question 1 – Sciences de la vie (++)

Les plantes sont régulièrement soumises à des attaques par des agents biotiques tels que des bactéries, des champignons, des virus. Trois hormones végétales peuvent intervenir dans la signalisation intercellulaire pour activer les réactions de défense dans les cellules voisines des sites d'infection :

- (a) l'acide folique, les défensines et les polygalacturonases
- (b) la progestérone, l'oestradiol et la testostérone
- (c) l'auxine, les cytokinines et les strigolactones
- (d) l'acide salicylique, l'éthylène et l'acide jasmonique
- (e) la créatine, la somatotropine et la somatolibérine

### Question 2 – Sciences de la vie (+++)

La RubisCO est une enzyme végétale impliquée dans le cycle de Calvin et plus particulièrement dans la fixation du dioxyde de carbone. Ce cycle de Calvin,

- (a) est une oxydation globale des pentoses
- (b) ne fonctionne qu'à la lumière
- (c) permet de réduire le carbone et l'oxygène assimilés
- (d) fonctionne de manière synchronisée avec le cycle de Klein
- (e) exige de l'ATP et du NADPH pour couvrir le coût énergétique de la réduction du carbone minéral

### Question 3 – Sciences du vivant (+++)

Une graine dite « orthodoxe » est une graine :

- (a) saine et dépourvue de tout pathogène
- (b) qui ne présente pas de dormance
- (c) pauvre en eau et dans un état de quiescence métabolique
- (d) sans embryon
- (e) sans albumen

### Question 4 – Sciences du vivant (+++)

Paul a croisé une plante homozygote à fleurs rouges avec une plante homozygote à fleurs blanches. Il a obtenu une plante à fleurs rouges. Il a ensuite autofécondé cette plante et parmi les descendants de celle-ci, il a compté 298 plantes à fleurs rouges et 102 plantes à fleurs blanches. Cela veut dire :

- (a) l'autofécondation a échoué
- (b) que la couleur des fleurs est déterminée par 1 gène avec 2 allèles, l'allèle rouge étant codominant avec l'allèle blanc
- (c) la couleur des fleurs est déterminée par 1 gène avec 2 allèles, l'allèle rouge étant dominant sur l'allèle blanc
- (d) la couleur des fleurs est déterminée par 2 gènes, le premier codant pour les allèles rouges, le second pour les allèles blancs
- (e) les plantes de départ n'étaient pas homozygotes